

sp-10. 構造体

(Scheme プログラミング)

URL: <https://www.kkaneko.jp/pro/scheme/index.html>

金子邦彦



アウトライン



10-1 構造体, 構造体の定義, 構造体の使用

10-2 パソコン演習

10-3 課題

10-1 構造体, 構造体の定義, 構造体の 使用

構造体とは？



- 複数のデータが集まって、1つのデータを構成
- 新しい型の名前が付いている
- `structure` ともいう

構造体の例



x
y
delta-x
delta-y

ball

例題 1

例題 2

name
age
address

AddressNote

例題 3

例題 4

} データの
集まり

} 型の名前

define-struct . . . の機能



名前

属性の並び

(define-struct ball (x y delta-x delta-y))

- 上記のプログラムの実行によって
 - コンストラクタ : make-ball
 - セレクタ : ball-x, ball-y, ball-delta-x, ball-delta-y
が使えるようになる

コンストラクタとセレクタ



- コンストラクタ

- 構造体の生成

(例) make-ball

- セレクタ

- 属性値の取得

(例) ball-x, ball-y, ball-delta-x, ball-delta-y

10-2 パソコン演習

パソコン演習の進め方



- 資料を見ながら、「例題」を行ってみる
- 各自、「課題」に挑戦する
- 自分のペースで先に進んで構いません

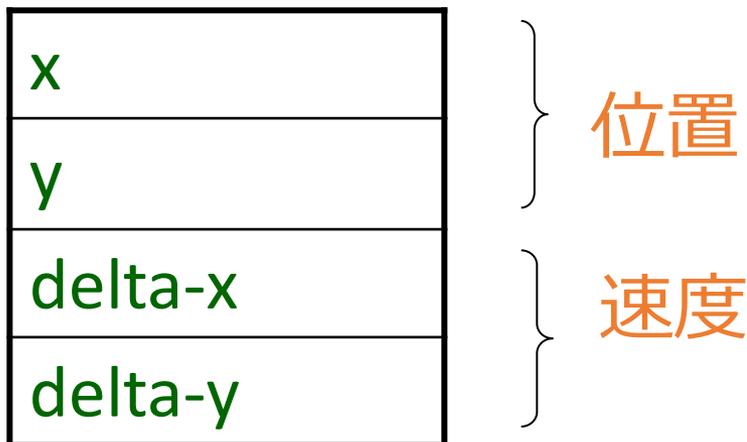
- DrScheme の起動
プログラム → PLT Scheme → DrScheme
- 今日の演習では「Intermediate Student」
に設定
Language
→ Choose Language
→ Intermediate Student
→ Execute ボタン

例題 1 . ball 構造体



- ball 構造体(ball structure) を定義するプログラムを書く
 - ball は, x, y, delta-x, delta-y から構成する
 - define-struct 文を使用

•



「例題 1 . ball 構造体」の手順



1. 次を「定義用ウィンドウ」で, 実行しなさい
 - 入力した後に, Execute ボタンを押す

```
(define-struct ball  
  (x y delta-x delta-y))
```

⇒ (これは, 例題 2, 3 で使います)

☆ 次は, 例題 2 に進んでください

Untitled - DrScheme

File Edit Windows Show Language Scheme Help

Untitled Save Check Syntax Step Execute Break

```
(define-struct ball  
  (x y delta-x delta-y))
```

>

5:3 Unlocked not running

ball 構造体を定義している

(実行結果は出ない)

名前



```
(define-struct ball  
  (x y delta-x delta-y))
```



属性の並び

(それぞれの属性にも名前がある)

コンストラクタとセレクタ



名前 属性の並び

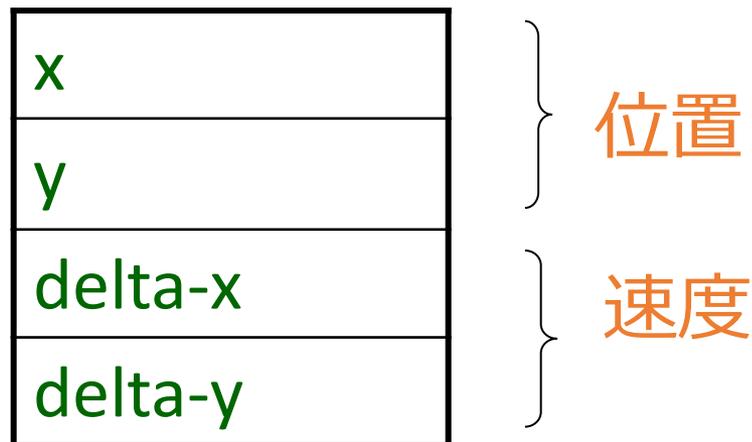


```
(define-struct ball (x y delta-x delta-y))
```

- 上記の定義によって
 - コンストラクタ : make-ball
 - セレクタ : ball-x, ball-y, ball-delta-x, ball-delta-y
が使えるようになる

例題 2. ball の原点からの距離

- ボールの座標値から、原点からの距離を求める関数 `distance-to-0` を作り、実行する
 - 例題 1 の ball 構造体を使用
 - 属性 `x`, `y` を取り出すために `ball-x`, `ball-y` (セレクトタ) を使う



「例題 2. ball の原点からの距離」の手順



1. 次を「定義用ウィンドウ」で、実行しなさい
 - 入力した後に、Execute ボタンを押す

```
(define-struct ball  
  (x y delta-x delta-y))  
;; distance-to-0: ball -> number  
;; to compute the distance of a ball to the origin  
;; (distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) = 5  
(define (sqr x)  
  (* x x))  
(define (distance-to-0 a-ball)  
  (sqrt  
    (+ (sqr (ball-x a-ball))  
       (sqr (ball-y a-ball))))))
```

← 例題 1 と同じ

2. その後、次を「実行用ウィンドウ」で実行しなさい

```
(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0))
```

☆ 次は、例題 3 に進んでください

```
Untitled - DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled Save
Check Syntax Step Execute Break
(define-struct ball
  (x y delta-x delta-y))
;; distance-to-0 : ball -> number
;; to compute the distance of a ball to the origin
;; (distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) = 5
(define (sqr x)
  (* x x))
(define (distance-to-0 a-ball)
  (sqrt
   (+ (sqr (ball-x a-ball))
      (sqr (ball-y a-ball)))))
>
```



まず、関数 **sqr** と関数 **distance-to-0** を定義している



これは,
(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0))
と書いて, a-ball の値を
(make-ball 3 4 0 0) に設定しての実行

```
(define-  
;; dista  
;; to co  
;; (dist  
(define  
  (* x z  
(define  
  (sqrt  
    (+ (sqr (ball-x a-ball))  
        (sqr (ball-y a-ball)))))  
> (distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0))  
5  
> (distance-to-0 (make-ball 0 0 20 10))  
0  
>
```

実行結果である「5」が
表示される

distance-to-0 の入力と出力



a-ball の値 :

(make-ball 3 4 0 0)



入力は ball 構造体

出力は数値

```
(define-struct ball (x y delta-x delta-y))  
;; distance-to-0 : ball -> number  
;; to compute the distance of a ball to the origin  
;; (distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) = 5  
  
(define (sqr x)  
  (* x x))  
  
(define (distance-to-0 a-ball)  
  (sqrt  
    (+ (sqr (ball-x a-ball))  
       (sqr (ball-y a-ball))))))
```

```
(define-struct ball (x y delta-x delta-y))
```

```
;; distance-to-0 : ball -> number
```

```
;; to compute the distance of a ball to the origin
```

```
;; (distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) = 5
```

```
(define (sqr x)
```

```
  (* x x))
```

```
(define (distance-to-0 a-ball)
```

```
  (sqrt
```

```
    (+ (sqr (ball-x a-ball))
```

```
        (sqr (ball-y a-ball))))))
```

「ball-x」 は, x の値の取得

「ball-y」 は, x の値の取得

例題 3 . ステップ実行



- 関数 `distance-to-0` (例題 2) について, 実行結果に至る過程を見る
 - (`distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)`) から 5 に至る過程を見る
 - DrScheme の stepper を使用する

```
(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0))  
= (sqrt (+ (sqr (ball-x (make-ball 3 4 0 0)))  
           (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))  
= (sqrt (+ (sqr 3)  
           (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))  
= ...  
= (sqrt (+ 9  
           (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))  
= (sqrt (+ 9  
           (sqr 4)))  
= ...  
= (sqrt (+ 9 16))  
= (sqrt 25)  
= 5
```

「例題 3 . ステップ実行」の手順

1. 次を「定義用ウィンドウ」で、実行しなさい
 - Intermediate Student で実行すること
 - 入力した後に、Execute ボタンを押す

```
(define-struct ball
  (x y delta-x delta-y))
;; distance-to-0: ball -> number
;; to compute the distance of a ball to the origin
;; (distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) = 5
(define (sqr x)
  (* x x))
(define (distance-to-0 a-ball)
  (sqrt
   (+ (sqr (ball-x a-ball))
      (sqr (ball-y a-ball)))))
(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0))
```

← 例題 2 と同じ

2. DrScheme を使って、ステップ実行の様子を確認しなさい (Step ボタン, Next ボタンを使用)
 - 理解しながら進むこと

☆ 次は、例題 4 に進んでください



(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) から 5 に至る過程の概略

(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) 最初の式

= (sqrt (+ (sqr (ball-x (make-ball 3 4 0 0)))
 (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))

= (sqrt (+ (sqr 3)
 (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))

= ...

= (sqrt (+ 9
 (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))

= (sqrt (+ 9
 (sqr 4)))

= ...

= (sqrt (+ 9 16))

= (sqrt 25)

コンピュータ内部での計算

= 5 実行結果

(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0)) から 5 に至る過程の概略

(distance-to-0 (make-ball 3 4 0 0))

```
(sqrt (+ (sqr (ball-x (make-ball 3 4 0 0)))  
         (sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))
```

```
(sqrt (+ (sqr 3)
```

```
(sqr (ball-y (make-ball 3 4 0 0)))))
```

これは、

```
(define (distance-to-0 a-ball)
```

```
(sqrt
```

```
(+ (sqr (ball-x a-ball))
```

```
(sqr (ball-y a-ball))))
```

の a-ball を (make-ball 3 4 0 0) で置き換えたもの

```
(sqrt 25)
```

```
= 5
```

例題 4 . AddressNote 構造体



- AddressNote 構造体を定義するプログラムを書く
 - AddressNote は, name, age, address から構成する
 - define-struct 文を使用

name
age
address

AddressNote

「例題 4 . ball 構造体」の手順



1. 次を「定義用ウィンドウ」で, 実行しなさい
 - 入力した後に, Execute ボタンを押す

```
(define-struct AddressNote  
  (name age address))
```

⇒ (これは, 例題 5 で使います)

☆ 次は, 例題 5 に進んでください

```
(define-struct AddressNote  
  (name age address))
```

AddressNote 構造体を
定義している

(実行結果は出ない)

名前



```
(define-struct AddressNote  
  (name age address))
```



属性の並び

(それぞれの属性にも名前がある)

コンストラクタとセレクタ



名前

属性の並び



```
(define-struct AddressNote (name age address))
```

- 上記のプログラムの実行によって
 - `make-AddressNote`
 - `AddressNote-name`, `AddressNote-age`,
`AddressNote-address`が使えるようになる

例題 5 . 住所録



- AddressNote 構造体のリストから, 名前 (name) のリストを得る関数 **select-name** を作り, 実行する
 - 例題 3 の AddressNote 構造体を使用
 - 構造体 1 つ = 1 人分
 - 構造体のリスト = 複数人
 - 属性 name を取り出すために AddressNote-name (セクタ) を使う

name
age
address

AddressNote

「例題 5. 住所録」の手順

1. 次を「定義用ウィンドウ」で、実行しなさい
 - 入力した後に、Execute ボタンを押す

```
(define-struct AddressNote  
  (name age address))
```

← 例題 4 と同じ

```
;; select-name: a list of AddressNote -> a list of string
```

```
;; to select name from an AddressNote list
```

```
(define (select-name a-list)  
  (cond  
    [(empty? a-list) empty]  
    [else (cons (AddressNote-name (first a-list))  
                 (select-name (rest a-list)))]))
```

2. その後、次を「実行用ウィンドウ」で実行しなさい

```
(select-name (list  
  (make-AddressNote "Ken" 35 "Fukuoka")  
  (make-AddressNote "Bill" 30 "Saga")  
  (make-AddressNote "Mike" 28 "Nagasaki")))
```

☆ 次は、例題 6 に進んでください

```
(define-struct AddressNote
  (name age address))

;; select-name: a list of AddressNote -> a list of string
;; to select name from an AddressNote list
;;
(define (select-name a-list)
  (cond
    [(empty? a-list) empty]
    [else (cons (AddressNote-name (first a-list))
                (select-name (rest a-list)))]))
```

まず、関数 **select-name** を定義している



```
(define-struct AddressNote
```

```
;; select-  
;; to sele  
;;
```

```
(define (select-name a-list)  
  (cond  
    [(empty? a-list) empty]  
    [else (cons (AddressNote-name (first a-list))  
                (select-name (rest a-list)))]))
```

ここでは、make-AddressNote
を使って、AddressNote 構造体のリスト
を作っている

```
> (select-name (list  
              (make-AddressNote "Ken" 35 "Fukuoka")  
              (make-AddressNote "Bill" 30 "Saga")  
              (make-AddressNote "Mike" 28 "Nagasaki")))
```

```
(list "Ken" "Bill" "Mike")
```

実行結果である
「(list "Bill" "Ken" "Mike)」
が表示される

select-name の入力と出力



(list

(make-AddressNote "Ken" 35 "Fukuoka")

(make-AddressNote "Bill" 30 "Saga")

(make-AddressNote "Mike" 28 "Nagasaki"))

(list "Ken" "Bill" "Mike")



入力は AddressNote
構造体のリスト

出力はリスト

```
(define-struct AddressNote  
  (name age address))
```

;; select-name: a list of AddressNote -> a list of string

;; to select name from an AddressNote list

```
(define (select-name a-list)  
  (cond  
    [(empty? a-list) empty]  
    [else (cons (AddressNote-name (first a-list))  
                (select-name (rest a-list)))]))
```

select-name の実行では



```
(select-name (list
```

```
  (make-AddressNote "Ken" 35 "Fukuoka")
```

```
  (make-AddressNote "Bill" 30 "Saga")
```

```
  (make-AddressNote "Mike" 28 "Nagasaki"))))
```

- select-name の入力は ⇒ リスト
- AddressNote 構造体のリストを作るために,
make-AddressNote (コンストラクタ) を並べている

例題 6 . 複素数の計算



- DrScheme にすでに組み込み済みの構造体 `rectangular` を使って, 複素数の計算を行ってみる

足し算 $(1+2i) + (3+4i)$

引き算 $(5+7i) - (3+4i)$

かけ算 $(1+2i) \times (3+4i)$

割り算 $(-5+10i) / (3+4i)$

DrScheme では \Rightarrow `make-rectangular` を使用

実数部が x で、虚数部が y であるような複素数は、
(`make-rectangular x y`)

例： 「(`make-rectangular 3 4`)」 は 「 $3+4i$ 」

「`rectangular`」 は、DrScheme に組み込み済みの
構造体

よくある間違い



```
> (+ (1+2i) (3+4i))  
illegal application: first term in application      ?  
must be a function name
```

$(+ (1+2i) (3+4i))$ は, シンタックスエラー (文法エラー)
→ $(+ (\text{make-rectangular } 1 \ 2) (\text{make-rectangular } 3 \ 4))$ と書くべき

「例題 6. 複素数の計算」の手順



1. 次の式を「実行用ウィンドウ」で、実行しなさい

```
(+ (make-rectangular 1 2)
   (make-rectangular 3 4))
(- (make-rectangular 5 7)
   (make-rectangular 3 4))
(* (make-rectangular 1 2)
   (make-rectangular 3 4))
(/ (make-rectangular -5 10)
   (make-rectangular 3 4))
```

☆ 次は、例題 7 に進んでください

Untitled - DrScheme

File Edit Windows Show Language Scheme Help

Untitled

(define ...)

Check Syntax Step Execute Break

```
> (+ (make-rectangular 1 2)
      (make-rectangular 3 4))
4+6i
> (- (make-rectangular 5 7)
      (make-rectangular 3 4))
2+3i
> (* (make-rectangular 1 2)
      (make-rectangular 3 4))
-5+10i
> (/ (make-rectangular -5 10)
      (make-rectangular 3 4))
1+2i
```

15:3 Unlocked not running



例題 7. 複素数のべき乗



- 2つの値 θ と n から $(\cos\theta + i \sin\theta)^n$ を計算するプログラム `myexp` を作り, 実行する
 - θ はの単位はラジアン
 - $(\cos\theta + i \sin\theta)^n$ の計算: `expt` を使用
 - `expt` は複素数にも使える

「例題 7. 複素数のべき乗」の手順



1. 次を「定義用ウィンドウ」で，実行しなさい
 - 入力した後に，Execute ボタンを押す

```
(define (myexp theta n)
  (expt (make-rectangular (cos theta)
                          (sin theta))
        n))
```

2. その後，次を「実行用ウィンドウ」で実行しなさい

```
(myexp 0.5236 1)
(myexp 0.5236 2)
(myexp 0.5236 3)
```

「例題 7. 複素数のべき乗」の実行結果



```
Untitled - DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled Save Check Syntax Step Execute Break
(define ...)

; myexp: number, number -> complex number
(define (myexp theta n)
  (expt (make-rectangular (cos theta)
                          (sin theta))
        n))
```

「#i」は「近似値」という意味

```
> (myexp 0.5236 1)
#i0.866024791582939+0.500010603626028i
> (myexp 0.5236 2)
#i0.49999787927254574+0.8660266281835433i
> (myexp 0.5236 3)
#i-3.673205103305044e-006+0.9999999999932541i
>
```

9:3 Unlocked not running

10-3 課題

課題 1



- 関数 `distance-to-0` (授業の例題 2) についての問題
 - 次の式を実行し, 実行結果を報告せよ
 1. `(distance-to-0 (make-posn 1 2))`
 2. `(distance-to-0 (make-posn (- 5 3) (- 4 6)))`
 3. `(distance-to-0 (make-posn (* 2 3) (* 4 5)))`

課題 2



- ball 構造体（授業の例題 1）についての問題
 - ball のデータ a-ball の x の値が 0 と 100 の間にあるときに限り true を返し，範囲外 のときには false を返すような関数 in を作成し，実行結果を報告しなさい
 - 但し， $x = 0$ あるいは $x = 100$ のときには false を返すこと.
 - ヒント： 次の空欄を埋めなさい

```
(define-struct ball (x y delta-x delta-y))  
(define (in a-ball)  
  (cond  
    [  ]  
    [ else  ]))
```

- AddressNote 構造体（授業の例題 4）についての問題
 - AddressNote のデータ a-person の氏名を取り出す関数 `get-name` は、セレクトク AddressNote-name を使って、次のように書ける。

```
(define (get-name a-person)
```

```
  address-note-name a-person)
```

- では、AddressNote のデータ a-person の年齢 (age) が 20 以上ならば「'Adult」を、20 以下なら「'Child」を出力する関数を作成し、実行結果を報告しなさい

- AddressNote 構造体（授業の例題 4）についての問題
 - a-person の年齢が、ある年齢 an-age と一致していれば名前（name）を、さもなければ、文字列 "none" を返す関数 **check-by-age** を作成し、実行結果を報告しなさい

例えば

`(check-by-age (make-address-note "Kunihiko Kaneko" 35 "Hakozaki") 35) = "Kunihiko Kaneko"`

`(check-by-age (make-address-note "Kunihiko Kaneko" 35 "Hakozaki") 30) = "none"`

課題 5



- AddressNote 構造体（授業の例題 4）についての問題
- AddressNote 構造体のリスト a-list と年齢 an-age から、年齢が an-age に一致する人のリストを出力する関数 **selection-by-age** を作成し、実行結果について報告しなさい

例えば

```
(selection-by-age
  (list (make-address-note "Kunihiko Kaneko" 35 "Hakozaki")
        (make-address-note "Taro Tanaka" 34 "Kaizuka")
        (make-address-note "Hanako Saito" 35 "Tenjin"))) 35)
= (list (make-address-note "Kunihiko Kaneko" 35 "Hakozaki")
      (make-address-note "Hanako Saito" 35 "Tenjin"))
```

課題 6



- AddressNote 構造体のリストから, 年齢(age)の平均を求める関数 **sum-age** を作り, 実行結果を報告しなさい

さらに勉強したい人への 補足説明資料

- ドモアブルの定理

ドモアブルの定理



- $n = 1, 2, \dots, 20$ について, $(\cos\theta + i \sin\theta)^n$ と $\cos n\theta + i \sin n\theta$ を計算するプログラム **f1, f2** を書く
 - 結果は, 長さ 20 のリストとして得る
 - 近似値を使った計算を繰り返すと, 誤差が積み重なることを確かめる
 - $(\cos\theta + i \sin\theta)^n$ は, $(\cos\theta + i \sin\theta)$ の値 (これは近似値) を使った計算

「ド・モアブルの定理」の手順 (1/2)

1. 次を「定義用ウィンドウ」で、実行しなさい
 - 入力した後に、Execute ボタンを押す

```
(define (f1 theta n)
  (cond
    [(= n 0) empty]
    [else (cons (expt (make-rectangular (cos theta)
                                         (sin theta))
                                         n)
                 (f1 theta (- n 1)))]))

(define (f2 theta n)
  (cond
    [(= n 0) empty]
    [else (cons (make-rectangular (cos (* n theta))
                                   (sin (* n theta)))
                 (f2 theta (- n 1)))]))
```

「ド・モアブルの定理」の手順 (2/2)



2. その後, 次を「実行用ウィンドウ」で実行しなさい

```
(f1 0.05 20)
```

```
(f2 0.05 20)
```

「ド・モアブルの定理」の実行結果



```
Untitled - DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled Save Check Syntax Step Execute Break
(define (f1 theta n)
  (cond
    [(= n 0) empty]
    [else (cons (expt (make-rectangular (cos theta)
                                       (sin theta))
                    n)
                (f1 theta (- n 1)))]))
(define (f2 theta n)
  (cond
    [(= n 0) empty]
    [else (cons (make-rectangular (cos (* n theta))
                                  (sin (* n theta)))
                (f2 theta (- n 1)))]))

#i0.8253356149096783+0.5646424733950354i
#i0.8525245220595057+0.5226872289306592i
#i0.8775825618903728+0.479425538604203i
#i0.9004471023526769+0.43496553411123023i
#i0.9210609940028851+0.3894183423086505i
#i0.9393727128473789+0.34289780745545134i
#i0.955336489125606+0.29552020666133955i
#i0.9689124217106447+0.24740395925452294i
#i0.9800665778412416+0.19866933079506122i
#i0.9887710779360422+0.14943813247359922i
#i0.9950041652780258+0.09983341664682816i
#i0.9987502603949663+0.04997916927067833i
>
```

実行結果の比較



$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n$$

$$\cos n\theta + i \sin n\theta$$

> (f1 0.05 20)

(list

```
#i0.5403023058681402+0.8414709848078972i  
#i0.5816830894638839+0.8134155047893742i  
#i0.6216099682706648+0.7833269096274839i  
#i0.6599831458849826+0.7512804051402932i  
#i0.6967067093471658+0.7173560908995231i  
#i0.731688868873821+0.6816387600233345i  
#i0.7648421872844886+0.6442176872376914i  
#i0.796083798549056+0.6051864057360399i  
#i0.8253356149096784+0.5646424733950356i  
#i0.8525245220595062+0.5226872289306593i  
#i0.8775825618903731+0.47942553860420317i  
#i0.9004471023526772+0.43496553411123035i  
#i0.9210609940028853+0.3894183423086506i  
#i0.939372712847379+0.34289780745545145i  
#i0.9553364891256061+0.29552020666133966i  
#i0.968912421710645+0.24740395925452296i  
#i0.9800665778412417+0.19866933079506124i  
#i0.9887710779360424+0.14943813247359924i  
#i0.9950041652780258+0.09983341664682816i  
#i0.9987502603949663+0.04997916927067833i)
```

> (f2 0.05 20)

不一致

(list

```
#i0.5403023058681398+0.8414709848078965i  
#i0.5816830894638836+0.8134155047893737i  
#i0.6216099682706644+0.7833269096274834i  
#i0.6599831458849822+0.7512804051402927i  
#i0.6967067093471654+0.7173560908995228i  
#i0.7316888688738209+0.6816387600233341i  
#i0.7648421872844885+0.644217687237691i  
#i0.7960837985490559+0.6051864057360396i  
#i0.8253356149096783+0.5646424733950354i  
#i0.8525245220595057+0.5226872289306592i  
#i0.8775825618903728+0.479425538604203i  
#i0.9004471023526769+0.43496553411123023i  
#i0.9210609940028851+0.3894183423086505i  
#i0.9393727128473789+0.34289780745545134i  
#i0.955336489125606+0.29552020666133955i  
#i0.9689124217106447+0.24740395925452294i  
#i0.9800665778412416+0.19866933079506122i  
#i0.9887710779360422+0.14943813247359922i  
#i0.9950041652780258+0.09983341664682816i  
#i0.9987502603949663+0.04997916927067833i)
```

値は、ほぼ一致しているが、わずかに食い違う

- ド・モアブルの定理は：

$$\begin{aligned} & (\cos \theta + i \sin \theta)^n \\ & = \cos n\theta + i \sin n\theta \end{aligned}$$

- なお, i は虚数単位

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$



$$\begin{aligned}(\cos\theta + i \sin\theta)^2 &= \cos^2\theta - \sin^2\theta + 2i \cos\theta \sin\theta \\ &= \cos 2\theta + i \sin 2\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\cos\theta + i \sin\theta)^3 &= (\cos\theta + i \sin\theta)^2 (\cos\theta + i \sin\theta) \\ &= (\cos 2\theta + i \sin 2\theta) (\cos\theta + i \sin\theta) \\ &= \cos 2\theta \cos\theta - \sin 2\theta \sin\theta \\ &\quad + i (\cos 2\theta \sin\theta - \sin 2\theta \cos\theta) \\ &= \cos (2\theta + \theta) + i \sin (2\theta + \theta) \\ &= \cos 3\theta + i \sin 3\theta\end{aligned}$$

(以下同様に考える. 数学的帰納法で証明できる)

複素数の掛け算



$$z_1 = x_1 + i y_1$$

$$z_2 = x_2 + i y_2 \text{ のとき}$$

$$z_1 z_2 = (x_1 + i y_1) (x_2 + i y_2)$$

$$= x_1 x_2 + x_1 i y_2 + i y_1 x_2 + i y_1 i y_2$$

$$= \underbrace{x_1 x_2 - y_1 y_2}_{\text{実数部}} + i \underbrace{(x_1 y_2 + y_1 x_2)}_{\text{虚数部}}$$

実数部

虚数部

実際の計算では



- 本来なら「 $(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ 」が成り立つはず
- しかし、ここで実行される計算は、あくまでも近似計算
 - sin, cos, log 等の計算結果は、近似値でしか得られない
 - 例：「 $(\sin 0.1)$ 」を実行すると →
#i0.09983341664682816
- 計算を繰り返す（つまり、計算結果を使った計算）と、誤差が積み重なる
 - $(\cos\theta + i \sin\theta)^n$ は、 $(\cos\theta + i \sin\theta)$ の値（これは近似値）を使っでの計算