

or-8. ゲーム理論

(オペレーションズリサーチ)

URL: <https://www.kkaneko.jp/cc/or/index.html>

金子邦彦



アウトライン



- ゲーム理論と非ゼロサムゲーム
- 利得表
- ナッシュ均衡
- 利得表を用いた分析例

8-1 ゲーム理論と 非ゼロサムゲーム

- ゲームの参加者は、全員、「自分の利得」だけを考える
 - 他の人も同じように「それぞれの利得を第一に考えている」はずである
- 協調かもしれないし。
競争かもしれない。

ゲーム理論でのゲームの例



- ゲームの参加者

あなたはラーメン屋です。隣にもラーメン屋があります。

- ゲームのルール

自分の売り上げを多くしたい。値段は値上げ、値下げできる。

- 値上げ → 隣の店に客が逃げるかも

- 値下げ → 隣のラーメン屋も対抗して値下げするかも

ゲーム理論のゲーム



- 参加者とルールがあれば、なんでもゲーム
- 個々の参加者は、おのこの意思決定を行いながら行動する

ゼロサムゲーム



- 自分が得をすれば、他の人が同じだけ損をする
(利得と損失が同じ)

(例) 私が100円得をすれば、
あなたは100円損をする

足すとゼロ (ゼロサム)

サム = 総和

競争だけの世界

ゼロサムゲームの例



醤油ラーメン屋さん 味噌ラーメン屋さん

頑張って、客を
100人増やした



その分、客が
100人減った

+100

-100

足すと0になる

ゼロサムゲーム
(競争だけの世界)

非ゼロサムゲーム

- 非ゼロサムゲームとは、
一方の利得が、そのまま他方の損失になる
とは限らないようなゲーム

非ゼロサムゲームの例



醤油ラーメン屋さん

味噌ラーメン屋さん

足しても0でない

頑張っ、客を
100人増やした



こちらも客が
20人増えた

非ゼロサムゲーム
(競争と協調が混在する世界)

隣の醤油ラーメン屋が宣伝になった！

※ 醤油ラーメンを食べた客が「今度は味噌！」
と思った



8-2 利得表

8-2 利得表



◆ 利得表は、自分の行動、相手の行動ごとの利得を書いた表

◆ 利得表には、自分の利得と、相手の利得の両方を書く

利得表の形



ゲームの参加者：自分、相手（2名）

自分の行動：X, Y（2通り）

相手の行動：A, B（2通り）

相手

自分

		相手の行動A		相手の行動B	
		自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
自分の行動	X				
	Y				

ゼロサムゲームと非ゼロサムゲーム



◆ 非ゼロサムゲームの例

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

◆ ゼロサムゲームの例

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	50	50	100	0
Y	0	100	50	50

ゼロサムゲームと非ゼロサムゲーム



◆ 非ゼロサムゲームの例

どの場合でも、足して**100** ($50+50=100$, $100+0=100$, ...)



協調の余地なし

※ 利得表を見ただけで、ゼロサムゲームだと分かる

◆ ゼロサムゲームの例

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	50	50	100	0
Y	0	100	50	50

「自分の利得」についての利得表

		相手	
		A	B
自分	X	20	14
	Y	35	30

「自分の利得」についての利得表

		相手	
		A	B
自分	X	20 ↓	14 ↓
	Y	35	30

行動 X より
行動 Y の方が
利得が大

「自分の利得」についての利得表

		相手	
		A	B
自分	X	20 →	14
	Y	35 →	30

相手の行動により、利得が変化

「相手の利得」についての利得表

相手

		相手	
		A	B
自分	X	25	40
	Y	20	35

利得表



	A	B
X	20	14
Y	35	30

自分の利得

	A	B
X	25	40
Y	20	35

相手の利得



まとめると**利得表**

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

8-3 ナッシュ均衡

8-3 ナッシュ均衡



- ◆ 利得表を用いて，相手の行動を深読みする.
- ◆ その結果，「**相手はきっと，この手を選ぶだろう**」と**結論**できる場合（ナッシュ均衡）がある

利得表を使って、相手の行動を予測



	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

相手の行動： A だろうか？ B だろうか？

利得表を使って、相手の行動を予測



	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

相手の行動： A だろうか？ B だろうか？

- 相手は、自分の行動が何になるのかわからない

利得表を使って、相手の行動を予測



		A		B	
		自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40	35
Y	35	20	14	35	25

比べる

相手の行動： A だろうか？ B だろうか？

相手の立場になり、相手の行動を予測

- 「私の行動が X としたら、**25**対**40**で、**B が有利**」
- 「私の行動が Y としたら、**20**対**35**で、**B が有利**」
- 「どちらにしても、**B が有利**」

利得表を使って、自分の行動を決定



	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

Annotations: A red box highlights the 'B' column headers and the '自分の利得' cells (14 and 30). A purple box highlights the 'X' and 'Y' row headers. A purple double-headed arrow points between 14 and 30, with a callout box containing the text '比べる' (compare).

○ 相手の行動の予測結果 B



○ 自分の行動: X? Y? . . . Yの方が有利

ナッシュ均衡



相手の行動の予測結果： B

↓
自分の行動を決定： Y

先がある

↓
相手は「自分の行動の決定結果が Y」と分かっているはず

↓
「相手は『自分の行動の決定結果が Y』と分かっているはず
として、相手の行動を再び予測： B

↓
自分の行動を決定： Y

↓
このような判断を、ずっと繰り返して得られる結論を
ナッシュ均衡といいます

ナッシュ均衡

合理的な判断：

自分は合理的に判断する。

相手も自分の行動を合理的に判断している

合理的でない例

自分が損をしてでも、相手の利得をもっと少なくしたい

演習

① Excel を起動. 起動したら「空白のブック」を選ぶ



The screenshot shows a web application interface with a search bar at the top for 'オンライン テンプレートの検索' (Online Template Search). Below the search bar, there are navigation links: '検索の候補: ビジネス 予算 カレンダー 一覧 個人用 小規模ビジネス 電卓'. The main content area features a large green box with a red border containing an Excel spreadsheet template. The spreadsheet has columns labeled A, B, and C, and rows numbered 1 through 7. Below the spreadsheet, the text '空白のブック' (Blank Workbook) is visible. To the right of the spreadsheet, there is a large green arrow pointing right with the text 'ツアーに参加する' (Join the tour). Below the spreadsheet, there is a small text 'Excel へようこそ' (Welcome to Excel). To the right of the spreadsheet, there is a calendar widget showing '10 火曜日' (Tuesday, 10th) and a '毎日の作業スケジュール' (Daily Work Schedule) section. At the bottom of the page, there are three sections: '日単位のスケジュール' (Daily Schedule), '従業員出勤簿' (Employee Attendance Record), and '従業員のシフトのスケジュール' (Employee Shift Schedule).

② 次の値を書く． 数字は半角で．

	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	20	25	14	40
4	出す	35	20	30	35
5					

③ 次の式を書く

F3: 式 「=MAX(C3, E3)」

F4: 式 「=MAX(C4, E4)」

B5: 式 「=MAX(B3, B4)」

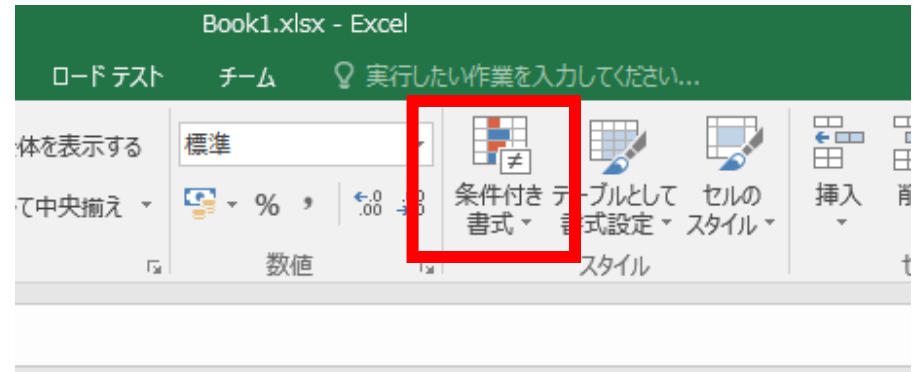
D5: 式 「=MAX(D3, D4)」

④ 式を書いた結果、次のようになるので、確認する

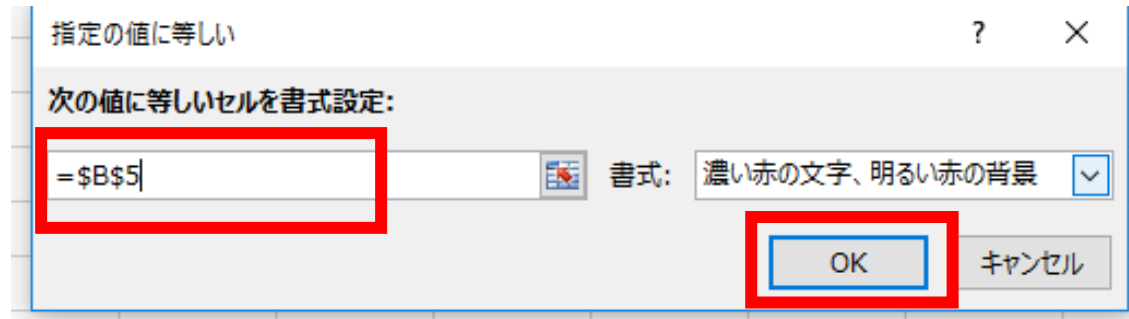
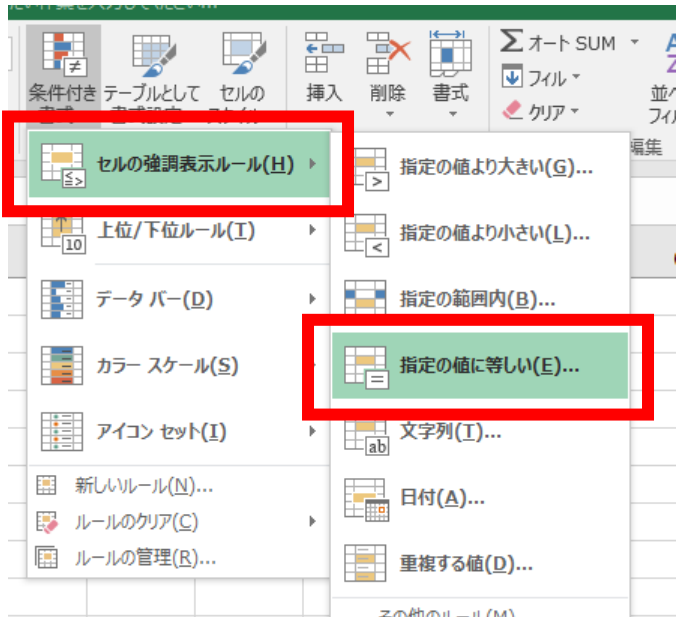
	A	B	C	D	E	F	
1		出さない		出す			
2		自分	相手	自分	相手		
3	出さない	20	25	14	40	40	
4	出す	35	20	30	35	35	
5		35		30			
6							

⑤ セル B3 と B4 を範囲選択し、条件付き書式をクリック

	A	B	C
1		出さない	
2		自分	相手
3	出さない	20	
4	出す	35	
5		35	

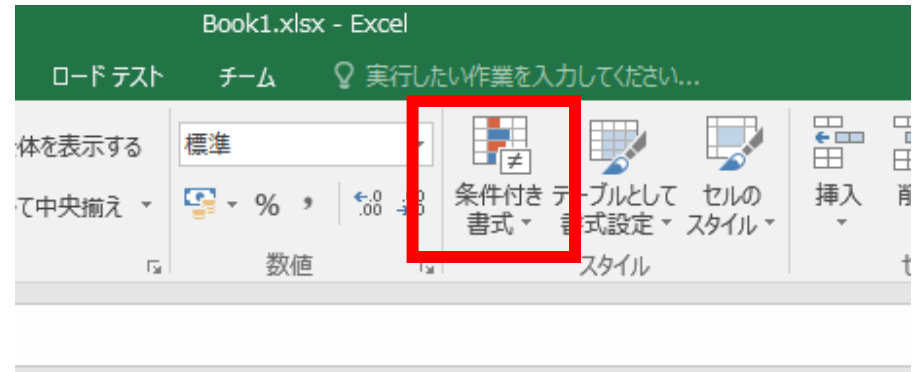


⑥ **セルの強調表示ルール** → 「**指定の値に等しい**」
と操作. 「**=\$B\$5**」を指定し、OKをクリック

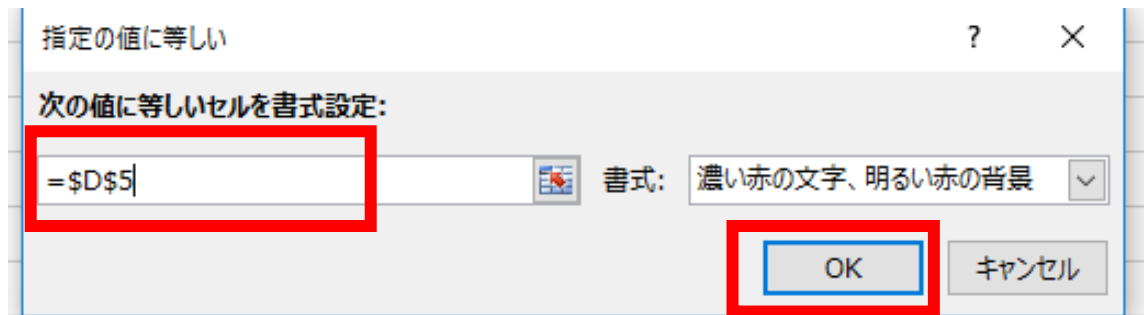
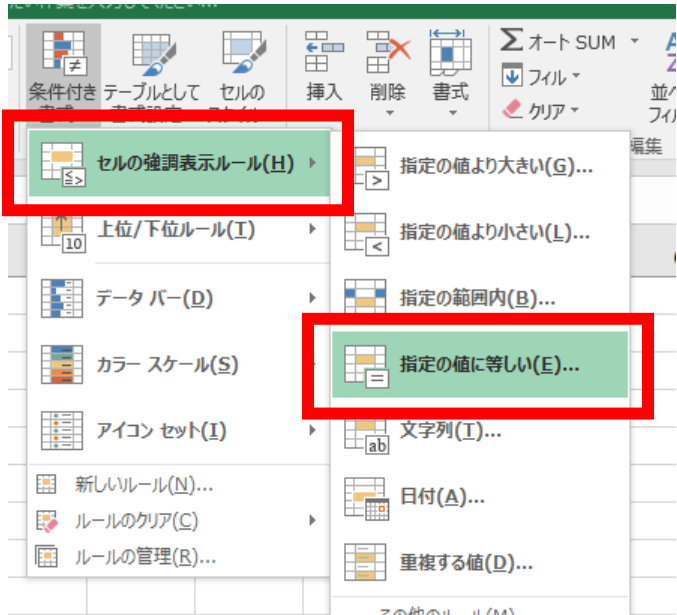


⑦ 今度は、セル D3 と D4 を範囲選択し、条件付き書式をクリック

	D	E	
	出す		
	自分	相手	
25	14	40	
20	30	35	
	30		

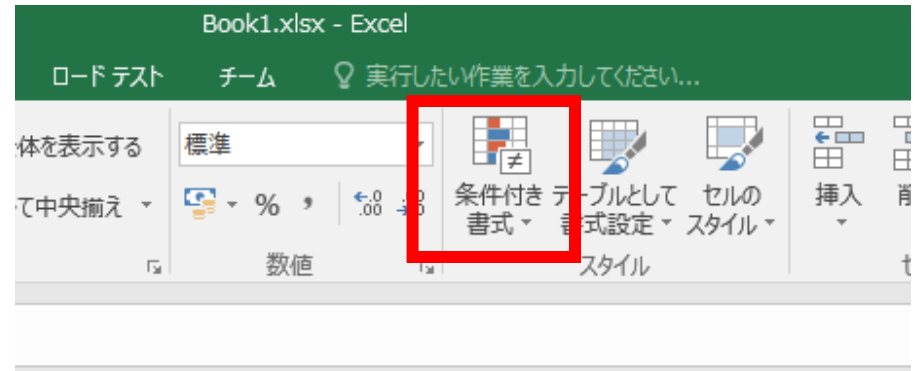


⑧ **セルの強調表示ルール** → 「**指定の値に等しい**」
と操作. 「**=\$D\$5**」を指定し、OKをクリック

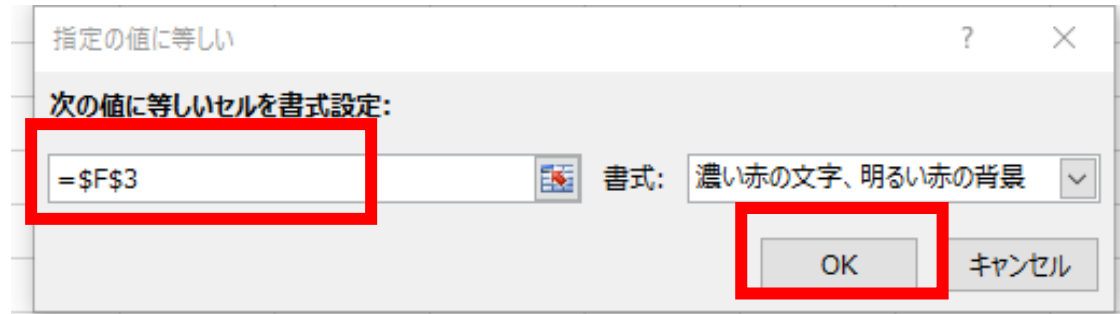
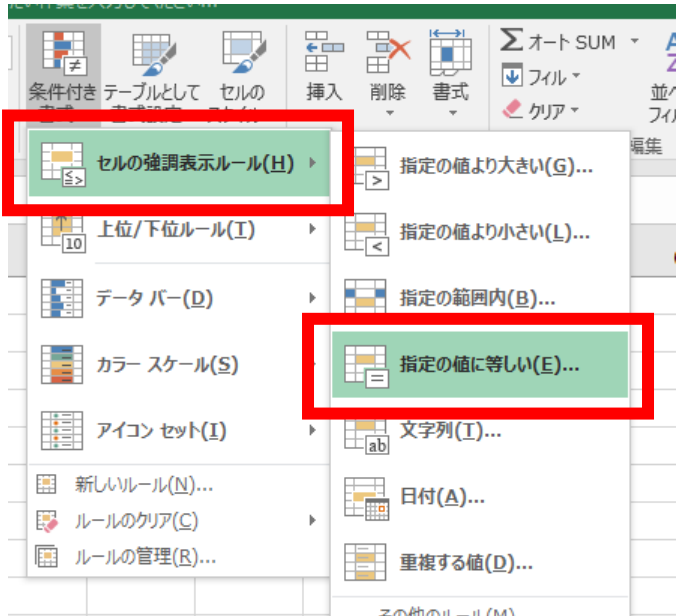


⑨ セル **C3** をクリック. その後、コントロールキーを押しながら **E3** をクリック (**C3** と **E3** の選択). **条件付き書式** をクリック

	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	20	25	14	40
4	出す	35	20	30	35
5		35		30	

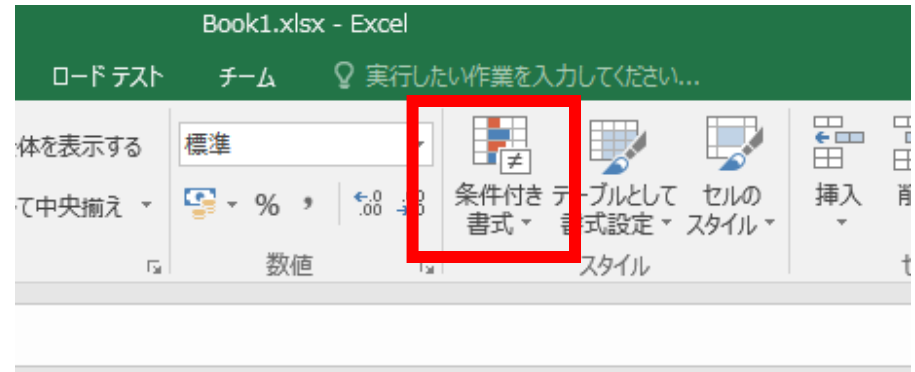


⑩ 「セルの強調表示ルール」 → 「指定の値に等しい」と操作. 「**=\$F\$3**」を指定し、OKをクリック

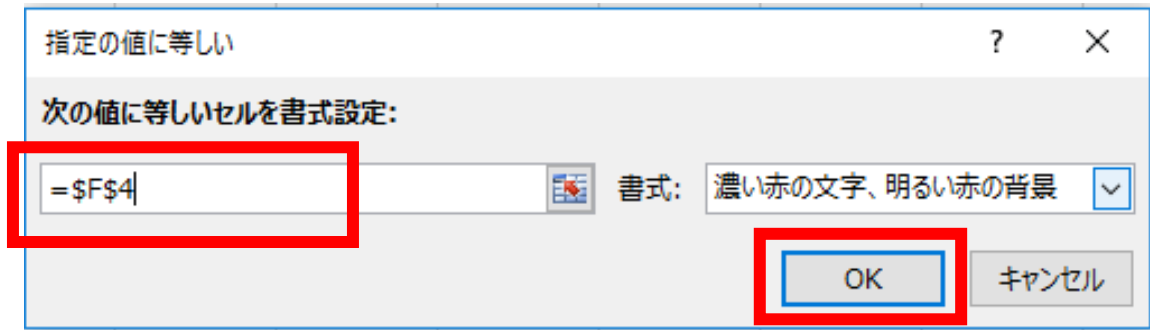
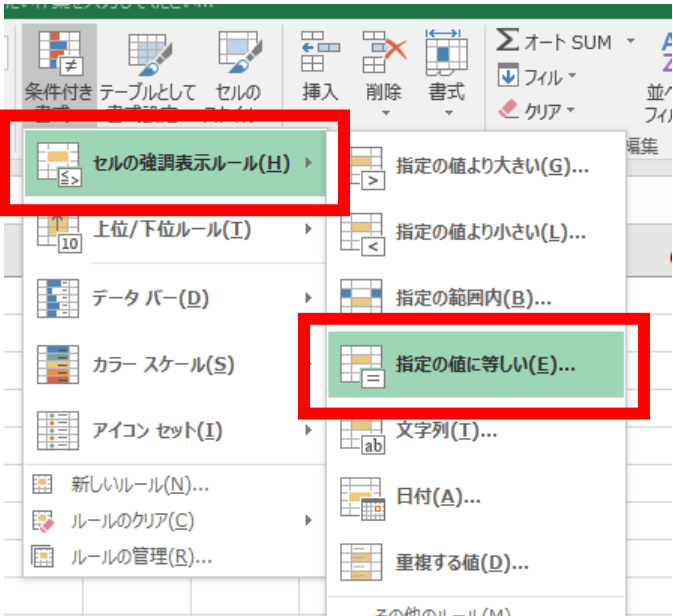


⑪ セル **C4** をクリック. その後、コントロールキーを押しながら **E4** をクリック (**C4** と **E4** の選択). **条件付き書式** をクリック

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	
4	出す	35	20	30	35	
5		35		30		



⑫ セルの強調表示ルール」 → 「指定の値に等しい」と操作. 「=\$F\$4」を指定し、OKをクリック



⑬ 確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	11	40	40
4	出す	35	20	31	35	35
5		35		30		
6						

比べる

相手は、きっと「出す」

⑭ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	40
4	出す	35	20	30	30	35
5		35		30		
6						

自分も「出す」！

⑮ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	40
4	出す	35	20	30	35	35
5		35		30		
6						

互いに深読みしあった結果、**相手も「出す」、自分も「出す」**に決まり（**ナッシュ均衡**）

自主的に行う演習



いまのExcelファイルで、セル**B3**から**E4**の値を次のように書き換えて、結果を確認する
(次ページに続く)

	A	B	C	D	E	F
1		勝負		逃げる		
2		自分	相手	自分	相手	
3	勝負	50	50	100	0	50
4	逃げる	0	100	50	50	100
5		50		100		
6						

	A	B	C	D	E	F
1		勝負		逃げる		
2		自分	相手	自分	相手	
3	勝負	50	50	100	0	50
4	逃げる	0	100	50	50	100
5		50		100		
6						

互いに深読みしあった結果、相手も「勝負」、自分も「勝負」に決まり

8-4 利得表を用いた分析例

非ゼロサムゲームの例



<ゲームのルール>

- 2人で遊ぶ
- 参加者は、掛けポイントを置いてもよいし、置かなくてもよい
- 掛けポイントは100ポイント
- 自分が掛けポイントを置いていて、相手が掛けポイントを置かなければ**勝ち**.
1000ポイント得る
- 掛けポイントを置いたのに勝てないときは**負け**.
100ポイントを失う

自分の利得



相手

自分

	ポイントを出さない	ポイントを出す
ポイントを出さない	0	0
ポイントを出す	1000	-100

「**自分**の利得」について

相手の利得



相手

自分

	ポイントを出さない	ポイントを出す
ポイントを出さない	0	1000
ポイントを出す	0	-100

「**相手**の利得」について

利得表



	ポイントを出さない	ポイントを出す		ポイントを出さない	ポイントを出す
ポイントを出さない	0	0	ポイントを出さない	0	1000
ポイントを出す	1000	-100	ポイントを出す	0	-100

自分の利得

相手の利得



まとめると**利得表**

	ポイントを出さない		ポイントを出す	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
ポイントを出さない	0	0	0	1000
ポイントを出す	1000	0	-100	-100

演習



① 次の値を書く。数字は半角で。

	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	0	0	0	1000
4	出す	1000	0	-100	-100

セル F3 に式「=MAX(C3,E3)」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	
5						

② セル F4 に式「=MAX(C4,E4)」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0

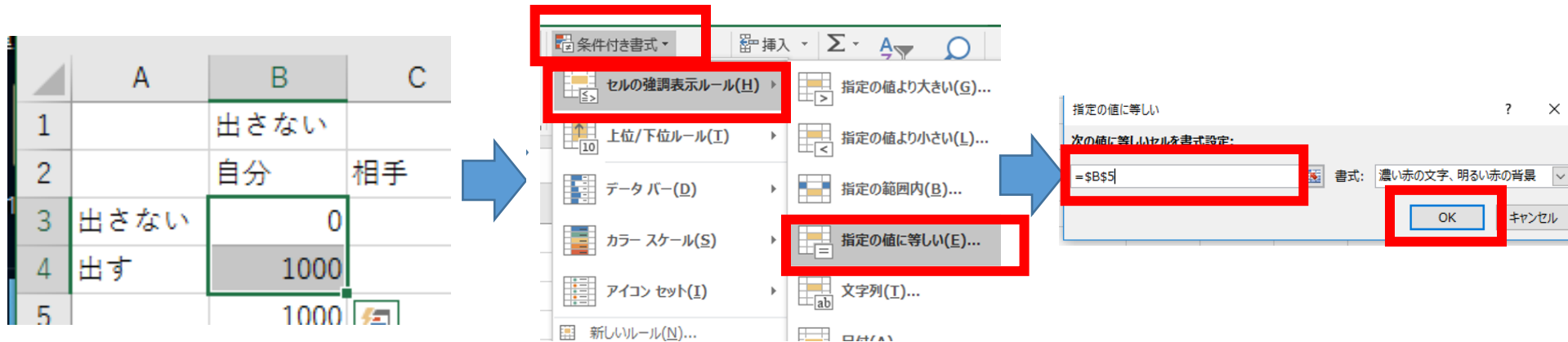
③ セル **B5** に式「**=MAX(B3,B4)**」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000				

④ セル D5 に式 「=MAX(D3,D4)」 を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

⑤ セル B3,B4 を範囲選択し、条件付き書式を設定する



	A	B	C
1		出さない	
2		自分	相手
3	出さない	0	
4	出す	1000	
5		1000	

条件付き書式

セルの強調表示ルール(H) > 指定の値より大きい(G)...

上位/下位ルール(I) > 指定の値より小さい(L)...

データ バー(D) > 指定の範囲内(B)...

カラー スケール(S) > 指定の値に等しい(E)...

アイコン セット(I) > 文字列(I)...

新しいルール(N)...

指定の値に等しい

次の値に等しいセルを書式設定:

=B\$5

書式: 濃い赤の文字、明るい赤の背景

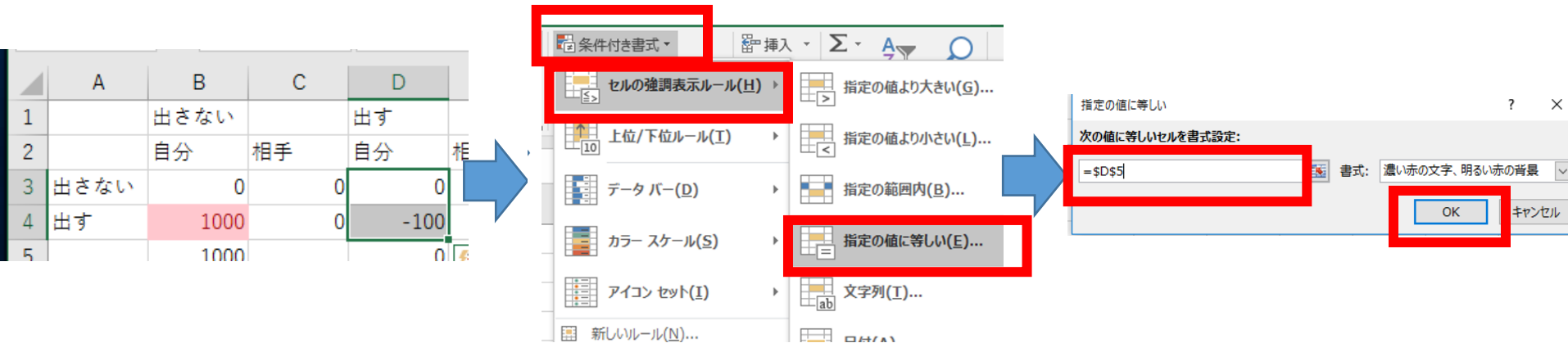
OK キャンセル

セル B3,B4 を範囲選択

条件付き書式
→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「=B\$5」
を指定して「OK」

⑥ セル D3,D4 を範囲選択し、条件付き書式を設定する



	A	B	C	D
1		出さない		出す
2		自分	相手	自分
3	出さない	0	0	0
4	出す	1000	0	-100
5		1000		0

条件付き書式

セルの強調表示ルール(H) > 指定の値より大きい(G)...

上位/下位ルール(I) > 指定の値より小さい(L)...

データ バー(D)

指定の範囲内(B)...

カラー スケール(S) > 指定の値に等しい(E)...

文字列(I)...

新しいルール(N)...

指定の値に等しい

次の値に等しいセルを書式設定:

=D\$5

書式: 濃い赤の文字、明るい赤の背景

OK

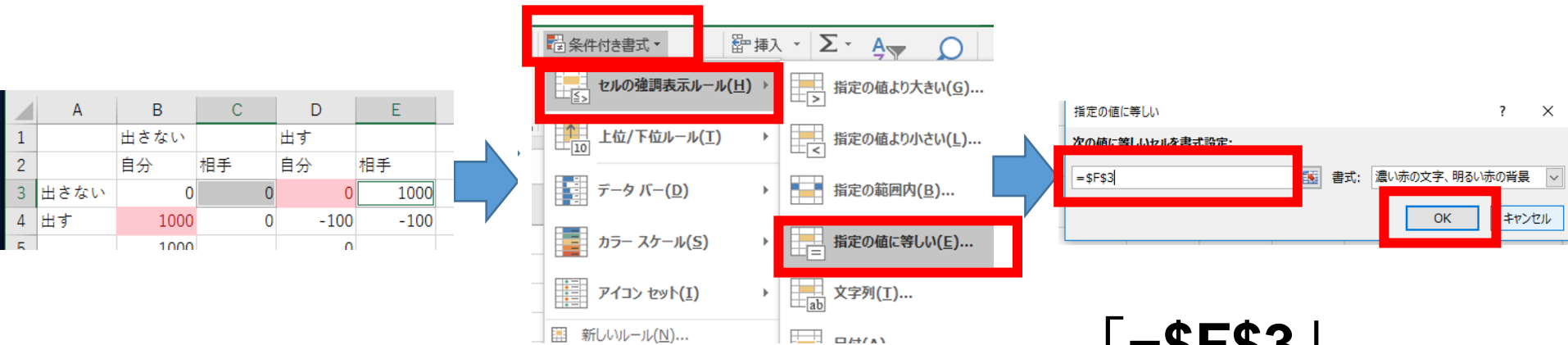
セル D3,D4 を範囲選択

条件付き書式

→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「=D\$5」
を指定して「OK」

⑦ セル **C3** をクリックした後、**コントロールキー**を押しながら **E3** をクリック (**C3** と **E3** の選択)、条件付き書式を設定する



	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	0	0	0	1000
4	出す	1000	0	-100	-100
5		1000		0	

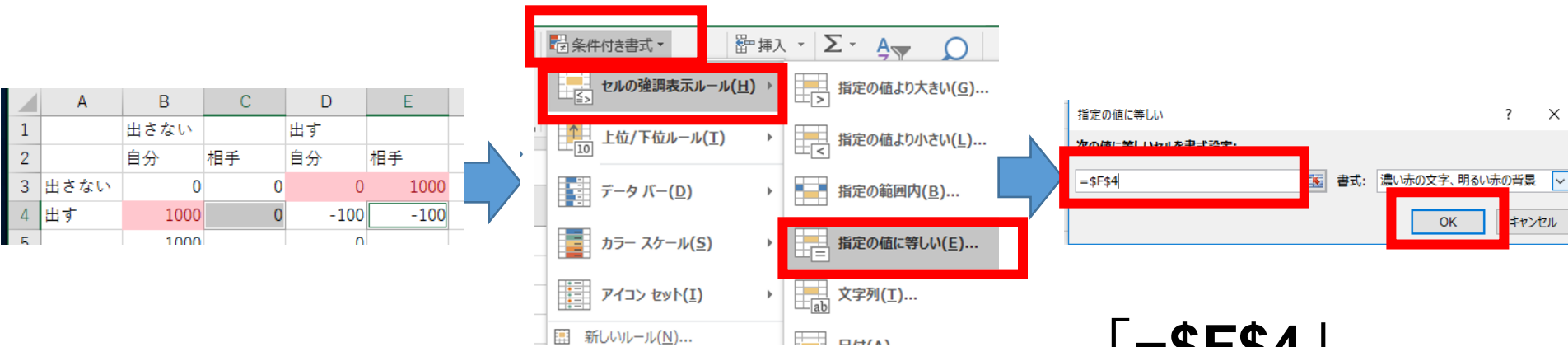
The screenshot shows the 'Conditional Formatting' menu with 'セルの強調表示ルール(H) >' selected. The '指定の値に等しい(E)...' option is highlighted. The dialog box shows the formula `=F$3` and the format '濃い赤の文字、明るい赤の背景'. The 'OK' button is highlighted.

セル **C3,E4** を選択

条件付き書式
→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「**=F\$3**」
を指定して「OK」

⑧ セル **C4** をクリックした後、**コントロールキー**を押しながら **E4** をクリック (**C4** と **E4** の選択)、条件付き書式を設定する



The image shows a sequence of steps in Excel:

- Spreadsheet:** A table with columns A-E and rows 1-5. Row 4 is highlighted in red, with values 1000 in B4 and -100 in E4.
- Conditional Formatting Menu:** The '条件付き書式' (Conditional Formatting) menu is open. 'セルの強調表示ルール(H) >' (Cell Styles) is selected, and '指定の値に等しい(E)...' (Equal to the specified value) is highlighted.
- Dialog Box:** The '指定の値に等しい' (Equal to the specified value) dialog box is open. The formula box contains '=\$F\$4'. The format is set to '濃い赤の文字、明るい赤の背景' (Dark red text, light red background). The 'OK' button is highlighted.

セル **C4,E4** を選択

条件付き書式
→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「=\$F\$4」
を指定して「OK」

⑨ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

⑩ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

自分にとって、一番有利なのは
自分：出す、相手：出さない

相手にとって、一番有利なのは
自分：出さない、相手：出す

最善の行動が、Excel で自動で求まった

8 - 3 は協調、 8 - 4 は競争

• 8 - 3 の場合

8 - 4 の場合

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	40
4	出す	35	20	30	35	35
5		35		20		

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

自分のとつての最善と、
相手にとつての最善が
一致する

自分のとつての最善と、
相手にとつての最善が
一致しない